***Лекція***

***Тема:* Зрізаний конус.**

**Мета:** *oзнайомити з поняттям зрізаного конуса, його основними елементами, сформувати вміння знаходити основні елементи зрізаного конуса.*

**План лекції.**

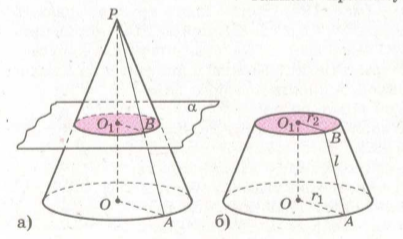
**1. Зрізаний конус .**

**2. Площа бічної та площа повної поверхні зрізаного конуса.**

**3. Об’єм зрізаного конуса.**

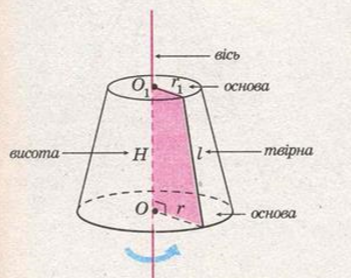
1. **Зрізаний конус .**

Якщо конус перетнути площиною , паралельною до основи , то вона перетне його по кругу. При цьому одержимо два тіла обертання: менший конус, гомотетичний даному, і зрізаний конус (рис.1).



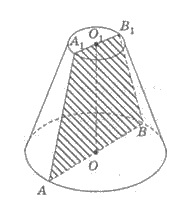
***Рис.1***

Зрізаний конус можна розглядати і як тіло, утворене обертанням прямокутної трапеції навколо меншої її бічної сторони. Зрізаний конус обмежений двома кругами – його ***основами*** – і ***бічною поверхнею.*** Відстань між основами – ***висота***зрізаного конуса. Відрізок, який сполучає найближчі точки кіл основ, - ***твірна.*** Довжину цього відрізка також називають твірною зрізаного конуса ( рис.2).



***Рис.2***

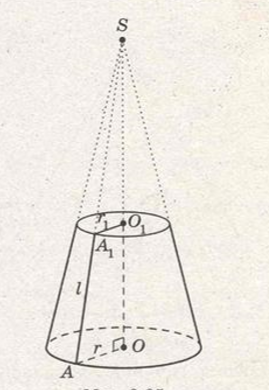
Переріз, що проходить через вісь - **осьовий**. Осьовий переріз – рівнобічна  трапеція (рис.3).



***Рис.3***

**2. Площа бічної та площа повної поверхні зрізаного конуса.**

Пряма, що містить нерухому сторону, - вісь конуса, протилежна бічна сторона такої трапеції – твірна, а множина всіх твірних утворює ***бічну поверхню*** зрізаного конуса (рис.4).



***Рис.4***

Зрозуміло, що бічна поверхня зрізаного конуса є відповідною частиною поверхні конуса, з якого його було утворено. Знайдемо вираз для площі бічної поверхні зрізаного конуса через його твірну і радіуси основ.

– вершина конуса, з якого було утворено зрізаний конус; **–** відповідно центри та радіуси основ зрізаного конуса ( **)**; - його твірна (рис.4).

Шукана площа бічної поверхні зрізаного конуса:

* **Площа бічної поверхні зрізаного конуса дорівнює добутку півсуми довжин кіл основ на твірну.**

Щоб знайти площу повної поверхні зрізаного конуса **Sповн** необхідно до площі його бічної поверхні додати площі двох його основ. Оскільки основами є круги радіусів ***r і r1***, то площа повної поверхні зрізаного конуса:

**, –** площі основ.

1. **Об’єм зрізаного конуса.**

Основи зрізаного конуса є кругами, а площа круга дорівнює добутку числа на квадрат його радіуса, Отже:

* **Об’єм зрізаного конуса, радіуси основ якого дорівнюють , а висота , обчислюється за формулою:**

**(**

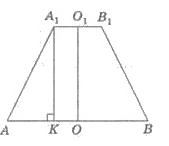
Приклади розв’язування задач:

**Задача 1.**

Довжина твірної зрізаного конуса дорівнює 13 см, висота - 12 см, а більший із радіусів основ - 7 см. Знайти площу осьового перерізу зрізаного конуса.

**Розв’язання:**

1. Нехай ***АА1В1В*** - осьовий переріз зрізаного конуса, ***АА1 = 13 см, ОО1 = 12 см, АО = 7 см*** (рис.3).
2. Виконаємо планіметричний малюнок перерізу (рис.4) і проведемо висоту ***А1К*** трапеції ***АА1В1В, А1К = ОО1 = 12 см***.



***Рис.4***

1. В

Тоді

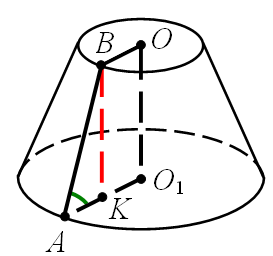
Тоді

**Відповідь:**

**Задача 2.**

**Твірна зрізаного конуса дорівнює 2a і нахилена до основи під кутом 60°. Радіус однієї основи вдвічі більше радіуса другої основи. Знайти кожний радіус.**

**Розв’язання:**



***Рис.5***

На рисунку 5 дано зрізаний конус. Нехай твірна зрізаного конуса , а кут нахилу твірної до площини основи конус  **.**  Користуючись умовою,

Опустимо з точки ***B*** в площину нижньої основи перпендикуляр, **,**

тоді

**З ;**

Тоді **, .**

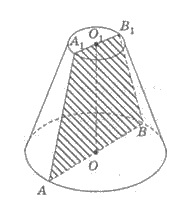
**Відповідь:**

**Задача 3.**

Знайти площу повної поверхні зрізаного конуса, радіуси основ якого дорівнюють 3 см і 5 см, якщо відомо, що в осьовий переріз конуса можна вписати коло.

**Розв’язання:**

1)На рисунку 6 подано зрізаний конус, у якого ***r = АО = 5 см***, ***r1 = А1О1 = 3 см.***



***Рис.6***

***2)*** Трапеція ***АА1В1В*** - осьовий переріз зрізаного конуса, ***АВ = 2 ∙ АО = 2 ∙ 5 = 10 (см), А1В1 = 2 ∙ А1О1 = 2 ∙ 3 = 6 (см), АА1 =*** l. Оскільки в трапецію ***АА1В1В*** можна вписати коло, то ***АВ + А1B1 = 2l***, ***2l = 10 + 6;  l = 8 (см).***

***3)*** Отже***,***

**Відповідь:**

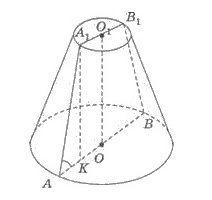
**Задача 4.**

У зрізаному конусі радіус меншої основи дорівнює 5 см. Висота конуса дорівнює 3 см, а його твірна утворює з площиною більшої основи кут 45°. Знайти об’єм зрізаного конуса.

**Розв’язання:**

1)На рисунку 7 зображено зрізаний конус, у якого:

***А1O1 = r1 = 5 см;  O1O = h = 3 см.***



***Рис.7***

2) Нехай ***АA1В1B*** - осьовий переріз конуса. За умовою ***А1АО = 45°.***

3) Проведемо ***А1К || ОО1***. Тоді ***А1О1ОК*** – прямокутник і

4)В

5)Тоді

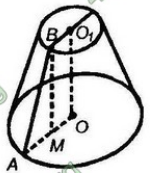
6) Об’єм зрізаного конуса: **.**

**Відповідь:  .**

**Задача 5.**

Радіуси основ зрізаного конуса відносяться як 3:7, а висота дорівнює 8 см і утворює з твірною кут Знайти об’єм зрізаного конуса.

**Розв’язання:**



***Рис.8***

*1*)

*2)*Нехай тоді

3) – прямокутний;

4)

5)**(**

(

**Відповідь:**

**Домашнє завдання:**

***1)*** Радіуси основ зрізаного конуса дорівнюють 9 см і 21 см, а його твірна відноситься до висоти конуса як 13:5. Знайдіть площу осьового перерізу зрізаного конуса.

**2**) Радіуси основ зрізаного конуса дорівнюють 8 см і 4 см, а твірна утворює з площиною більшої основи кут Знайдіть висоту зрізаного конуса та його твірну.

**3)** Радіуси основ зрізаного конуса дорівнюють 10 см і 16 см, а його твірна дорівнює радіусу меншої з основ. Знайдіть площу осьового перерізу зрізаного конуса.

**4)** Радіуси основ зрізаного конуса дорівнюють 5 см і 7 см, а його висота – 4 см. Знайдіть об’єм зрізаного конуса.

**5)**У зрізаному конусі твірна дорівнює 5 см, висота – 3см, а радіус більшої основи – 7 см. Знайдіть об’єм зрізаного конуса.

**6)**Радіуси основ зрізаного конуса дорівнюють 4 см і 6 см, а його твірна – 9 см. Знайдіть площу бічної поверхні зрізаного конуса.

**7)**Знайдіть радіуси основ зрізаного конуса, твірна якого дорівнює 10 см, висота – 8 см, а площа бічної поверхні - 100 с